

1. Le triangle CBD est rectangle en B. D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$CD^2 = DB^2 + CB^2, DB^2 = CD^2 - CB^2 = 8,5^2 - 7,5^2 = 16.$$

$$DB = 4 \text{ cm.}$$

2. Si les côtés de deux triangles ont deux à deux des mesures proportionnelles alors ces triangles sont semblables.

$$\text{Or } \frac{6}{7,5} = 0,8, \quad \frac{3,2}{4} = 0,8 \text{ et } \frac{6,8}{8,5} = 0,8$$

Par conséquent les triangles CBD et BFE sont semblables.

3. Les triangles CBD et BFE étant semblables, on a $\widehat{CBD} = \widehat{BFE} = 90^\circ$ puisque le triangle CBD est rectangle en B.

(Ou bien mais c'est plus long :

$$BE^2 = 6,8^2 = 46,24,$$

$$BF^2 + FE^2 = 36 + 10,24 = 46,24.$$

On constate que $BE^2 = BF^2 + FE^2$. D'après la réciproque de Pythagore, le triangle BEF est rectangle en F.)

4. Calculons l'angle \widehat{DCB} par son cosinus dans le triangle rectangle DCB :

$$\cos \widehat{DCB} = \frac{CB}{CD} = \frac{7,5}{8,5} = \frac{75}{85} = \frac{15}{17}. \text{ La calculatrice donne } \cos^{-1} \frac{15}{17} \approx 28^\circ.$$

Or : $28 + 61 = 89 \neq 90$: l'angle \widehat{ACD} n'est pas droit.